

Mathematik und Kunst im Rahmen der Deutschen SchülerAkademie

Henriette Lipschütz und Martin Skrodzki

Bereits die ersten überlieferten mathematischen Texte sind reich illustriert. Der direkte Zusammenhang von Mathematik und Kunst ist spätestens seit der Verwendung der Zentralperspektive in der Renaissance evident. Dieser Artikel stellt ein Kurskonzept vor, das das Zusammenspiel von Mathematik und Kunst als eigenen Zugang nutzt, um das Verständnis mathematischer Inhalte zu vertiefen. Ein besonderes Augenmerk soll den Werken gelten, die durch die Teilnehmenden bei zwei Erprobungen des Kurskonzeptes im Rahmen der *Deutschen SchülerAkademie* erstellt wurden.

„Mathematik ist nicht trocken, sondern voller Phantasie, nicht langweilig, sondern voller Schönheit, logisch, aber dennoch von ungeheurer Kreativität, uralt, aber voll neuer Ideen“ [10, S. 5]. Dies gilt nicht nur für die Mathematik als eigenständige Disziplin, sondern spiegelt sich auch in ihrem Zusammenwirken mit anderen Fächern wieder. Ein Fach, das hier eine besondere Rolle einnimmt, ist die Kunst. Illustrationen von Mathematik finden sich bereits in den Keilschrift-Texten der Völker des Vorderen Orients oder in den *Neun Kapitel der Rechenkunst*, einer chinesischen Abhandlung aus dem ersten Jahrhundert nach Christus. In der Renaissance kamen Mathematik und Kunst in Form der Zentralperspektive zusammen wie man in Werken wie *Die Schule von Athen* von Raffael oder in *Der Zeichner der Laute* von Albrecht Dürer sehen kann. Im 19. Jahrhundert trugen Gipsmodelle algebraischer Flächen nicht nur zur Forschung Felix Kleins bei, sondern wurden aus Deutschland bis nach Japan exportiert.¹ Die Form künstlerischer Visualisierung birgt daher das Potential, neue Zugänge zu mathematischen Inhalten zu ermöglichen, siehe auch Abschnitt 1.

Dieser Artikel präsentiert ein Kurskonzept, das genau dieses Potential nutzt, um Jugendliche und junge Erwachsene mit Interesse an Mathematik oder Kunst diese zwei Disziplinen kombinieren zu lassen. Grob gliedert sich der Kurs in zwei Hauptteile. Im ersten Teil wird eine Grundlage mathematischer Inhalte geschaffen, während die Teilnehmenden im zweiten Teil die Gelegenheit bekommen, diese Inhalte in ein selbstständig gestaltetes Kunstprojekt zu integrieren. Entsprechend findet sich in diesem Artikel auch eine Auswahl der entstandenen Werke sowie Einschätzungen der Teilnehmenden. Erprobt wurde dieses Konzept zweimal im Rahmen der *Deutschen SchülerAkademie* (DSA). Der Träger, die *Bildung & Begabung gemeinnützige GmbH*, bietet im Rahmen der DSA jährlich Kurse für begabte Jugendliche an. Dort soll den Jugendlichen die Möglichkeit gegeben werden, aus dem Alltagsgefüge der Schule auszubrechen und sich in einer Gruppe Gleichaltriger mit Fragestellungen auseinanderzusetzen, die den schulischen Rahmen überschreiten. Eine detaillierte Betrachtung der DSA findet sich in Abschnitt 2.

Das in Abschnitt 3 gezeigte Kurskonzept soll gleichermaßen als Schablone, Vorschlag und Inspiration dienen. Zum

einen eignet es sich zur Durchführung ähnlicher, interdisziplinärer Kurse, zum anderen soll es auch als Anregung für verwandte Veranstaltungen im schulischen und universitären Bereich dienen. Möglich sind hier beispielsweise die Durchführung von Projekten zur Wissenschaftskommunikation, von Projekttagen oder -wochen oder die Gestaltung einer Mathematik-AG. Wir wollen mit diesem Artikel dazu beizutragen, dass weiteren jungen Menschen diese Erfahrungen ermöglicht werden können und mehr Bewusstsein für das Zusammenwirken von Mathematik und Kunst geschaffen wird.

1 Mathematik und Kunst

Neben Beispielen aus der Antike und der Renaissance sind insbesondere im 20. Jahrhundert neue Verbindungen zwischen Mathematik und Kunst geschaffen worden. Künstler wie Maurits Cornelis Escher ließen sich direkt durch Mathematik inspirieren, schufen aber ihrerseits eigene Perspektiven auf die mathematische Inhalte, im Beispiel von Escher in Bezug auf die Ornamentgruppen. Gleichermäßen wirft die Suche nach guten Illustrationen auch eigene mathematische Fragestellungen auf und erzeugt damit neue mathematische Resultate. Ein klassisches Beispiel ist die Mandelbrotmenge, deren Illustrationen wesentlich zur Entwicklung der Chaostheorie beigetragen haben.

Auch die DMV unterstützt aktuelle Forschung und Bestrebungen zu Mathematik und Kunst. Auf den Jahrestagungen 2020–2022 fand, organisiert durch Milena Damrau und Martin Skrodzki, jeweils ein Minisymposium zum Thema „Mathematik und Kunst“ statt. Zusammenstellungen der Präsentationen der Minisymposien sind als Artikel verfügbar [2–4]. In den Jahren 2020 und 2021 waren die Minisymposien online und konnten aufgezeichnet werden.² Eine Diskussion der Vor- oder Nachteile dieser Präsentationsform ist ebenfalls verfügbar [12].

Wie reichhaltig die Interaktion von Mathematik und Kunst ausfallen kann, lässt sich exemplarisch an Zusammenstellungen entsprechender Arbeiten erkennen [5, 11]. Hier wird mit jedem Werk gleichermaßen der Blick über den sprichwörtlichen Tellerrand ermöglicht sowie die Ver-

Ablaufplan Kurs 2.1 "Von Brücken, Wegen und Knoten"

Leitfragen: Was ist die Graphentheorie? Wo findet Sie sich in Alltag und Kunst wieder? Wie kann ich mein eigenes Kunstprojekt auf der Graphentheorie aufbauen?

	Freitag 1. Tag	Samstag 2. Tag	Sonntag 3. Tag	Montag 4. Tag	Dienstag 5. Tag	Mittwoch 6. Tag	Donnerstag 7. Tag	Freitag 8. Tag	Samstag 9. Tag	Sonntag 10. Tag	Montag 11. Tag	Dienstag 12. Tag	Mittwoch 13. Tag	Donnerstag 14. Tag	Freitag 15. Tag				
Vormittag (1)	Mathe	Mathe	frei	Mathe	Exkursion	Mathe	Themen Rotation finden	Projekt- themen finden Galerie	Rotation	frei	Doku	Joker	Vor- und Nachbe- reitungen	Joker	Finalisie- rung Projekte				
Vormittag (2)	Mathe	Mathe	frei	Latex		MathArt	Doku	Mathe	Rotation	frei	Projekt	Doku	Vor- und Nachbe- reitungen	Doku	Aufbau Ausstellung Projekte				
Nachmittag (1)	KüA	KüA	MathArt	KüA		KüA	KüA	KüA	KüA + Nachbe- sprechung	Mathe	KüA	KüA	Projekt / Doku	KüA, General- probe	Aufräumen				
Nachmittag (2)	Mathe	Mathe	KüA	Mathe		Mathe	MathArt	Vorbereit- ung Rotation	Projekt	KüA	Doku- Feedback oder Projekt	Projekt	KüA	Projekt	Aufräumen				
Typische Schiene	Mathematik†	vorbereiteter Vortrag*	Klären von Verständnisfrage**	Aufgaben zur Vertiefung***	Ziele:				Gemeinsamer Stand anhand Reader										
Beschreibung der Schienen	Kunst†	vorbereiteter Vortrag*	Diskussion der Inhalte**	Bezug zur Mathematik**	Zusammenhang zur Kunst				Präsentation vor anderen Kursen										
	Rotation††	Themenfindung	Vorbereitung	Durchführung	Wissenschaftlicher Report über Erarbeitetes				Eigenes Kunstprojekt, basierend auf Mathe										
	Doku	LaTeX Einführung	Schreiben der Doku	Peer-Review des Geschriebenen															
	Projekt	Findung eines Projektthemas (digital oder analog umgesetzt)	Durchführung																

Abbildung 1. Schematischer Ablauf des Kurses auf der Akademie 2022.2 in Clemenswerth. Die einzelnen Kurseinheiten folgen dem Farbschema: Mathematische Inhalte (blau), Vorträge zu Verbindungen von Mathematik und Kunst (hellgrün) sowie Arbeit am eigenen Kunstprojekt (dunkelgrün). Weitere Einheiten widmen sich dem Schreiben der Kursdokumentation (gelb), der Vorbereitung und Durchführung der Rotation (rosa) oder kursübergreifenden Angeboten (für Informationen dieser weiteren Bestandteile der DSA siehe Fußnote 3).

bindung zwischen den vermeintlich nicht zusammenhängenden Gebieten Mathematik und Kunst geschaffen. Diese Verbindungen können jedoch nur dann wirken, wenn hinreichende Freiräume in der Gestaltung, einschließlich Material- und Themenwahl, vorhanden sind. Möglichkeiten zu solch freier Gestaltung gibt es auf der DSA.

2 Die Deutsche SchülerAkademie

Die Deutsche SchülerAkademie wurde 1988 gegründet und richtet sich an besonders begabte, interessierte und leistungsbereite Schüler*innen. Ziel ist es, diesen Teilnehmenden intellektuelle und soziale Herausforderungen zu bieten, sie in ihren besonderen Fähigkeiten zu fördern und sie unter Anleitung von qualifizierten Lehrkräften an anspruchsvollen Aufgaben arbeiten zu lassen. Aktuell bietet die *Bildung & Begabung gemeinnützige GmbH* jährlich bis zu sieben sogenannter Akademien an, die während der Sommerferien stattfinden und in Internaten oder vergleichbaren Örtlichkeiten veranstaltet werden. Jede Akademie besteht wiederum aus bis zu sechs verschiedenen Kursen, die sich verschiedenen Themengebieten widmen, sodass jede Akademie sowohl naturwissenschaftliche wie auch geisteswissenschaftliche Angebote beinhaltet. Jeder Kurs besteht aus 15 bis 16 Teilnehmenden, die von zwei Kursleitenden angeleitet und betreut werden. Die Kursleitenden sind Freiwillige, die aufgrund ihrer Qualifikationen und der Qualität ihrer Kurskonzepte ausgewählt werden. Die Teilnehmenden müssen eine Schule besuchen, die zum deutschen Abitur

führt, in der 10. bis 12. Klasse sein, unter 20 Jahren alt sein und dürfen im Jahr der Akademie ihr Abitur nicht abschließen oder abgeschlossen haben.³

Eine Akademie dauert 17 Tage, an denen in 33 Kurseinheiten von jeweils 90 Minuten an fachlichen Inhalte gearbeitet wird. Für die Kurse werden von den Teilnehmenden in der Regel Referate zu ausgewählter Literatur vorbereitet. Diese werden dann im Kurs gehalten und im Anschluss wird das Verständnis durch selbstständiges Lösen von Aufgaben in Kleingruppen gefestigt.

Die DSA wurde in unterschiedlichen Kontexten, wie zum Beispiel der Begabtenförderung im Allgemeinen oder der eigenen Nachhaltigkeit des Programms, wissenschaftlich diskutiert und evaluiert [8, 9, 14]. Die Autorin kommt in [6, Kapitel 6.4] zu folgender Einschätzung der DSA:

[Es] wurde deutlich, dass die Teilnahme an der DSA kleine bis mittlere Effekte für selbstgesteuertes Lernen [sowie] starke motivationale Effekte [...] zeigt. Der stärkste Effekt besteht in der Senkung kompetitiver Lernstrategien [...] gefolgt vom ebenfalls starken Effekt einer erhöhten Selbstwirksamkeit. [...] Die Auswirkungen der Teilnahme an der DSA auf die Schulzeit wurden ein halbes Jahr nach Ende der Akademie erfragt. Zwei Drittel der Befragten beschreiben die Auswirkungen als positiv. [...] Die Teilnahme an der DSA [...] trägt [damit] zur Identitäts- und Persönlichkeitsentwicklung bei.

Innerhalb dieses Formats wurden zwei Kurse zu Mathema-

tik und Kunst durchgeführt. Beide bauen auf einem gemeinsamen Kurskonzept auf, das hier anhand der zwei Beispiele erläutert werden soll.

3 Durchgeführte Kurse auf der DSA

Der Kurs gliedert sich in zwei Hauptteile und einen kürzeren Teil, der den Mathematik- mit dem Kunstteil verbindet, siehe Abbildung 1. Der erste Teil (blau in Abbildung 1) besteht aus der Erarbeitung der mathematischen Inhalte: Hierzu wird den Teilnehmenden im Vorlauf des Kurses Material ausgegeben, das in Vortragsthemen unterteilt von den Teilnehmenden aufgearbeitet werden soll. Im Anschluss werden Fragen aus dem Auditorium beantwortet und die neuen Inhalte werden mit zu lösenden Aufgaben, die von der Kursleitung gestellt werden, vertieft.

Da viele Teilnehmende zu Beginn der Akademie entweder auf der Mathe- oder auf der Kunstseite stehen, dient der Überleitungsteil (hellgrün in Abbildung 1) dazu, anhand ausgewählter Beispiele zu illustrieren, wie der bereits erarbeitete mathematische Inhalt künstlerisch umgesetzt werden kann. Die Beispiele entstammen vornehmlich aus Veröffentlichungen der *Bridges*-Konferenz für Mathematik, Kunst, Musik, Architektur und Kultur⁴ oder des *Journal of Mathematics and the Arts*⁵. Dies dient zum einen dazu, den Teilnehmenden aufzuzeigen, dass derartige Verbindungen möglich sind, sowie ihre Kreativität anzuregen. Zum anderen dient es dazu, sich von dem bisher eher akademischen Umgang mit Mathematik zu lösen.

Der letzte Kursteil (grün in Abbildung 1) besteht aus der Entwicklung eines eigenen Kunstprojektes. Die Teilnehmenden sind dazu angehalten, sich mit den Inhalten des Kurses zu befassen und diese weiterzuarbeiten. Dazu erstellen die Teilnehmenden circa zur Halbzeit des Kurses Skizzen ihrer eigenen Projekte. Diese werden dann von der

Gruppe kommentiert und alle Teilnehmenden können ihre Projektideen noch einen guten Tag lang überarbeiten. Zur Umsetzung der Projekte wurde den Teilnehmenden eine gewisse Vorauswahl an Material zur Verfügung gestellt, die aus Acrylfarbe, Pinseln, Pappen und Bleistiften wie auch Linealen und Geodreiecken bestand. Im Rahmen der DSA ist es dankenswerterweise möglich, kurzfristig kleinere Materialwünsche wie Laubsäge und Sperrholz zu erfüllen, so dass die Ideen der Teilnehmenden nicht zwingend auf die zur Verfügung gestellten Materialien beschränkt sind. Die verbleibenden Kurseinheiten widmen sich dann der Weiterentwicklung und Umsetzung der Projekte.

Bisher wurde dieses Konzept zweimal im Rahmen der DSA durchgeführt. In beiden Kursen wurde den Teilnehmenden das Angebot gemacht, an ihren Kunstprojekten entweder haptisch mit den erwähnten Materialien oder digital zu arbeiten. Für diejenigen, die sich für letzteres entschieden, wurde eine Einführung in die Grundlagen des Programmierens angeboten, 2019 mit *CindyJS*⁶ und 2022 mit *Processing*⁷. Beide Frameworks eignen sich in besonderem Maße dazu, auch ohne große Vorkenntnisse im Programmieren schnell visuell ansprechende Ergebnisse zu erreichen.

4 Ergebnisse

Bisher wurde das vorgestellte Kurskonzept zweimal erprobt. Die erste Durchführung fand 2019 statt (siehe hierzu [13]) und ein zweites Mal dieses Jahr. Die erste Iteration basierte inhaltlich auf Vektorfeldern und der Kunst Paul Klees (1879–1940). Vielen sind Pfeile als Indikatoren für die Windrichtung aus Wetterkarten bekannt. Oder sie kennen Farbverläufe für die Darstellung von Hoch- und Tiefdruckgebieten oder von Höhenlinien. In mehreren Werken von Paul Klees finden sich Pfeile, zum Beispiel in „Betroffener Ort“ (1922) oder in „Schwankendes Gleichgewicht“ (1922).

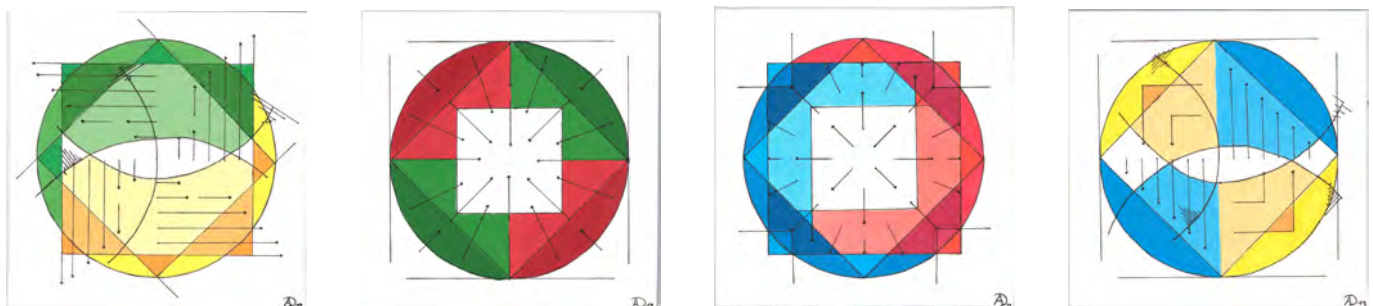


Abbildung 2. Anna Dorner, *Ephemeros 1–4*, Acryl auf Pappe, je 20 cm × 20 cm, 2019

„Bei dem Projekt *Ephemeros 1–4* handelt es sich um eine Serie, bestehend aus vier Gemälden. [...] Die Serie thematisiert eine Reihe mathematischer Begriffe, unter anderem Vektoren, Vektorfelder, Rotation, Divergenz und Normen. Dies wird unter anderem durch die immer wieder auftauchenden Pfeile deutlich, die auch in Paul Klees Werken [...] zu finden sind. Die Pfeile fungieren zugleich als ein Symbol und stellen Vektoren dar. [...] Der Pinselduktus ist nicht erkennbar. Aufgrund geometrischer Formen wirken sie konstruiert und abstrahiert. [...] Wie auch bei Paul Klee erzeugen die Pfeile Energie und geben eine Richtung bzw. ein Ziel an, wonach der Mensch strebt. Dennoch wird er dieses Ziel nie erreichen. [...] Verstärkt wird dies im Werk unter anderem durch die rotierenden Vektoren bzw. das quellfreie Vektorfeld – alles dreht sich im Kreis, ein Ende ist nicht erkennbar. Im Gegensatz dazu wecken die bunten und hellen Farben [...] positive Gefühle in dem Betrachter bzw. in der Betrachterin. Die Gemälde wirken harmonisch und in sich stimmig, unter anderem aufgrund des Gleichgewichts der Farben. [...] Dies ist auch bei den Vektoren zu erkennen, sie befinden sich im Kräftegleichgewicht, kein Vektor strebt stärker in eine andere Richtung als die Übrigen.“

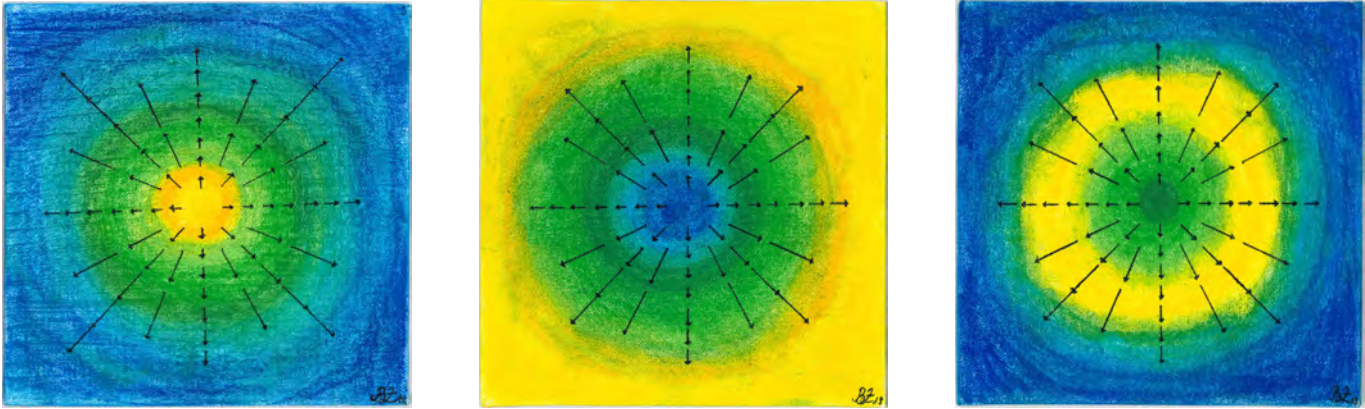


Abbildung 3. Birgit Zickler, *Flug der Pfeile*. Serie in Blau, Grün und Gelb, Kreide auf Pappe, je 20 cm × 20 cm, 2019
 „Die Motivation für *Flug der Pfeile*. Serie in Blau, Grün und Gelb ist die Idee, Vektorfelder und Farbverläufe zu kombinieren. In der Mathematik benutzt man oft Farben, um Vektorfelder bildlich darzustellen. Farbverläufe eignen sich hierzu sehr gut, da mit den Übergängen von hellen Farben zu dunklen Farben Bewegungsrichtungen dargestellt werden können. Zudem kann man damit einer Fläche eine Tiefenwirkung und somit eine räumliche Dimension geben. Der erste Schritt für die Entstehung der Kunstwerke war das Generieren eines Vektorfeldes. [...] An das Vektorfeld wurde der Anspruch gestellt, dass es sich um ein wirbelfreies Vektorfeld handelt – die Vektoren sollen sich strahlenförmig vom Zentrum wegbewegen. [...] Der zweite Schritt war die Entwicklung mehrerer Farbverläufe, die sich homogen hinter das entstandene Vektorfeld legen. Die zu erzielende Wirkung besteht darin, den zweidimensionalen Vektorfeldern eine Tiefenwirkung zu geben und diese dreidimensional darzustellen. Die verwendeten Farben blau, grün und gelb eigneten sich am besten für die hervorzurufende Wirkung. [...] Über die Skizzen der Vektorfelder wurden anschließend die Farbverläufe mit Pastellkreide gemalt. Die Entscheidung fiel auf Pastellkreide, da sich mit ihr besonders homogene Farbverläufe und speziell Übergänge zwischen verschiedenen Farben malen lassen. Die dadurch entstandene Serie zeigt nun drei Farbkombinationen, mit denen es möglich ist, die beabsichtigende Wirkung optimal in Szene zu setzen.“

Klee erläutert die Verwendung von Pfeilen in seinem *Pädagogischen Skizzenbuch* [7]. Da Klees Interpretation dicht an der mathematischen Sicht auf die Verwendung von Vektorpfeilen liegt, ist es naheliegend, dies als Beispiel für die Verbindungen zwischen Mathematik und Kunst zu wählen.

Bei der zweiten Durchführung des Kurses im Sommer 2022 fiel die inhaltliche Wahl des Themas auf die Graphentheorie. Inhaltlich ist Graphentheorie, wie auch Vektorfeldtheorie, ein Gebiet der Mathematik, das nicht zum

Schulcurriculum gehört. Dennoch sind Anwendungen der Graphentheorie durch die Präsenz in Form schematischer Darstellung des Nahverkehrs oder in Flussdiagrammen in einem gewissen Maße bekannt. Gerade die Grundlagenbegriffe bieten vielfältige Möglichkeiten, um eigene Beispiele zu konzipieren wie auch erste Beweise zu führen. Für die Verbindung von Graphentheorie und Kunst gibt es ebenfalls mehrere Beispiele in der Literatur, die von den Teilnehmenden vorgestellt wurden. In beiden Kursen war es den

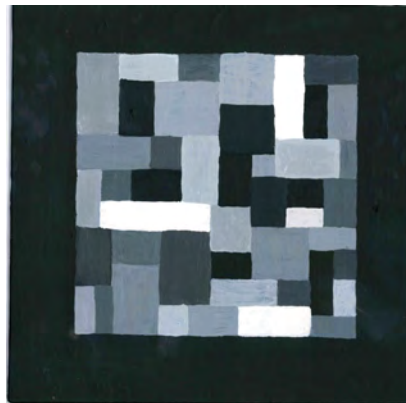


Abbildung 4. Anjali George, *Unregelmäßige Harmonie*, Acryl auf Pappe, 20 cm × 20 cm, 2019
 „Zur Zeit des Bauhauses (1919–1933) war der Harmonieaspekt ein wichtiger Bestandteil in der Kunst. Das Schachbrettmuster ist ein typisches Beispiel für die gleichmäßige Verteilung von Elementen aus Paul Klees Formenlehre. Da die Unregelmäßigkeit des Schachbrettmusters zu einfach erscheint, war die Herausforderung ein Muster zu gestalten, das unregelmäßig doch noch gleichgewichtig ist, wichtig. [...] und stellt eine unregelmäßige Verteilung an Vierecken dar, die sich in einem Quadrat befindet. [...]“

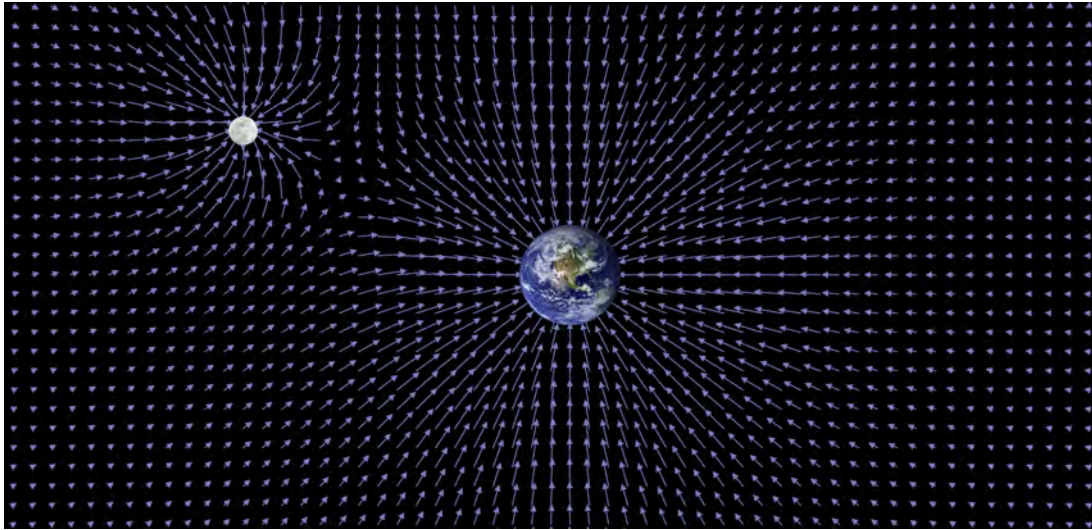


Abbildung 5. Laura Blechschmidt, Elias Dincher, Martin Widany, Lukas Schicht, Raffael Merghehenn, *Surrounder*, digitale Kunst, 2019
 „[...] Die fertige Animation zeigt im Zentrum unseren Planeten, welche regelmäßig von seinem Trabanten umkreist wird. Im Hintergrund ist ein Vektorfeld dargestellt, das sich der Kreisbahn anpasst. Die Vektorpfeile zeigen Stärke und Richtung des addierten Gravitationsfeldes der beiden Himmelskörper an. [...] Zudem ist erkennbar, dass das Gravitationsfeld der Erde stärker ist als das des Mondes. Der Grund dafür ist, dass die Masse des Planeten die größere ist, weshalb er außerdem größer dargestellt wird.“

Teilnehmenden in einem gewissen Rahmen frei gestellt, aus welchen Materialien sie ihre Projekte realisieren wollten, beziehungsweise ob sie lieber alleine oder in einer Kleingruppe Projekte entwickeln und fertigstellen wollten. Auf

der ersten Akademie bildeten sich zwei Kleingruppen, die jeweils ein digitales Projekt erarbeiteten, während auf beiden Akademien alle analogen Werke in Einzelarbeit entstanden sind. Neben den bereits erwähnten Materialien



Abbildung 6. Vesselin Mathiessen, *Baum aus Holz*, Sperrholz und Acrylfarbe, 20 cm × 20 cm × 17 cm, 2022
 „Im Zuge des Kurses haben mich vor allem die Bäume des Pythagoras fasziniert. Hier entstehen durch elementare Fraktale sehr ansehnliche Bilder, die in verschiedensten Weisen kreativ ausgearbeitet werden können. [...] Zunächst habe ich nach Belieben einen Baum des Pythagoras aufgemalt, diesen anschließend zweifach auf Holz übertragen, ausgesägt und die beiden zweidimensionalen Bäume im rechten Winkel zusammengesteckt, sodass eine dreidimensionale Figur entsteht. [...]“

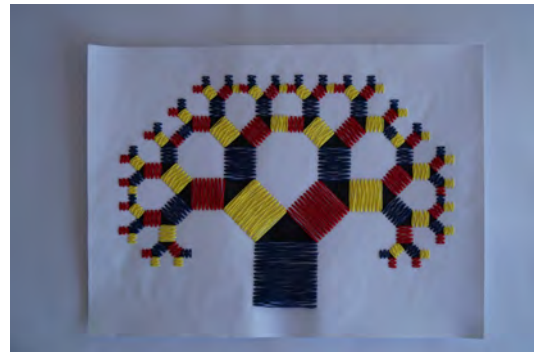


Abbildung 7. Emilia Nebel, *Grundfraben Pythagorasbaum*, Acrylfarbe und Baumwollgarn auf Zeichenkarton, 50 cm × 37 cm, 2022
 „Dem Grundkonzept meines Projektes liegt ein Baum des Pythagoras zu Grunde, der eine künstlerische Ausarbeitung eines Binärbaumes ist. Der von mir gewählte Baum hat sechs Iterationen, da die Baumstruktur erst dann wirklich deutlich wird. Meine dabei verwendeten Dreiecke sind gleichseitig, damit der Baum symmetrisch ist. Die Quadrate sind in den Grundfarben blau, gelb und rot eingefärbt, die in ihrer Anordnung um die Dreiecke an einen Farbkreis in der Farbenlehre erinnern. Geht man an einem beliebigen der schwarz gefärbten Dreiecke in eine Richtung im Kreis, fällt auf, dass die Reihenfolge der Farben immer die gleiche ist. Das Projekt ist auf einem 50 cm × 37 cm großen Zeichenkarton entstanden. Die Dreiecke sind mit Acrylfarbe gefärbt und die Quadrate mit Stichen je überkreuzt mit Baumwolle gestickt, sodass ein bipartiter Graph für jedes Quadrat entsteht.“

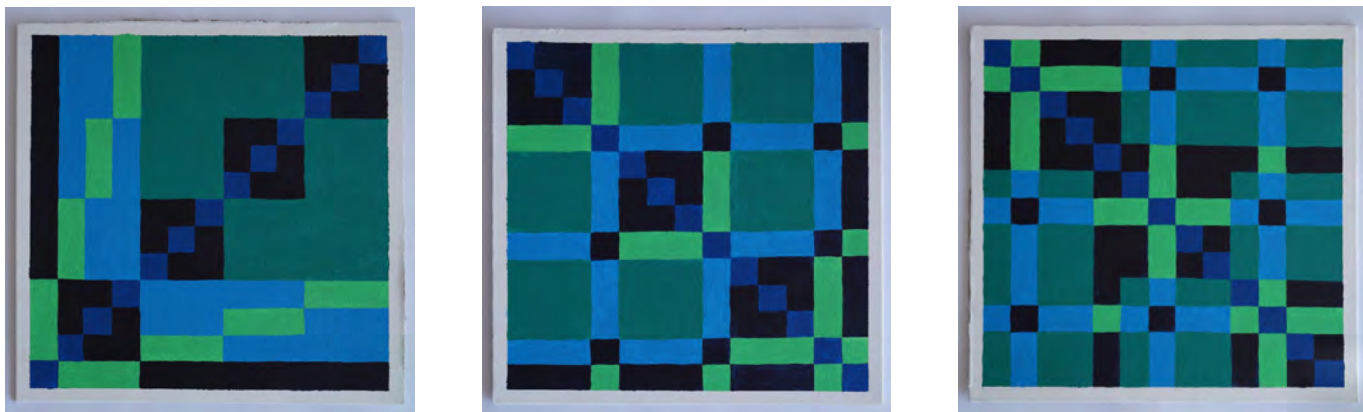


Abbildung 8. Helen Anderl, *Three Ternary Trees*, Acrylfarbe auf Pappe, 24 cm × 24 cm, 2022

„Als wir uns im ersten Teil des Kurses mit der Graphentheorie beschäftigt hatten, wurden unter anderem auch Distanzmatrizen von verschiedenen Graphen besprochen [...]. Deshalb basiert mein Kunstprojekt auf Distanzmatrizen von Tertiärbäumen. [...] Bei meinem Projekt wurden die Abstände der 13 Ecken von Tertiärbäumen bestimmt und anschließend jeweils mit verschiedenen Farben eingefärbt. Da es unterschiedliche Möglichkeiten gibt, die Ecken der Bäume zu nummerieren, ergaben sich mehrere verschiedene Distanzmatrizen. [...]"

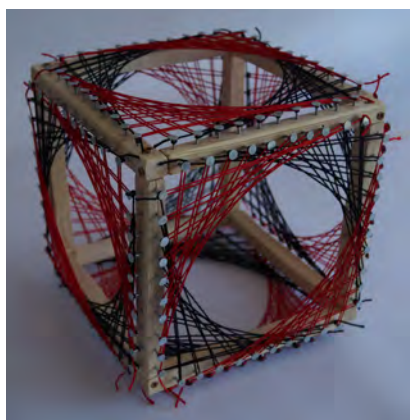


Abbildung 9. Ira Hesse, *Gefangen in Einsamkeit und Angst*, Stringart, 2022

„[...] Nach dem Prozess der Ideenfindung mithilfe eines Plakates habe ich mich dazu entschieden, etwas Dreidimensionales mit Stringart zu kreieren [...]. Die möglichst genaue Planung ist in der Abmessung der Holzstücke weitergegangen, welche ich danach mittels einer Stichsäge ausgeschnitten und im Anschluss mit einer Feile abgeschliffen habe, damit die einzelnen Holzstücke geschmeidiger sind. [...] Nach Vollendung dieses Schrittes sind die insgesamt zwölf Kanten zu dem platonischen Körper eines Hexaeder nach Vorbohrung zusammengeschrubt worden. Der letzte Schritt hat darin bestanden, pro Seitenfläche vier Baumwollfäden [...] um die Nägel zu spannen und somit ein Muster zu erzeugen. In Bezug auf die Graphentheorie kann man sagen, dass jeder Nagel eine Ecke und die gespannten Fäden Kanten zwischen jenen abbilden, wobei jeder einzelne Faden einen zusammenhängenden, bipartiten Graphen darstellt. Insgesamt entsteht so ein Netz, das sich um den Würfel spannt und diesen vereinnahmt und zuschnürt. Die Farben Rot und Schwarz stellen dabei einen starken Kontrast zueinander dar und lassen das Objekt eher düster wirken. [...]"

wurde den Teilnehmenden auf der zweiten Akademie auch Garn, Bretter und Nägel für *Stringart* zur Verfügung gestellt.

Im Weiteren sind ausgewählte Ergebnisse von beiden Akademien wiedergegeben. Die erläuternden, leicht gekürzten Textpassagen stammen von den Teilnehmenden und sind jeweils für eine akademieinterne Ausstellung geschrieben worden. Eine Übersicht über alle Werke sowie die ungekürzten Texte der Teilnehmenden findet sich online.⁸

4.1 Werkauswahl Roßleben 2019

In Roßleben wählten acht von 16 Teilnehmenden ein digitales Projekt, sodass am Ende zwei Gruppenarbeiten und ein Einzelprojekt entstanden waren. Die acht analog arbeitenden Teilnehmenden wählten vorwiegend Acrylfarbe auf Leinwand zur Umsetzung ihrer Ideen. Weitere Arbeiten entstanden in Kreide oder Acrylfarbe auf Papier. Als anleitendes Moment war neben den mathematischen Inhalten des Kurses Paul Klees Sicht auf Bildelemente, wie er sie in

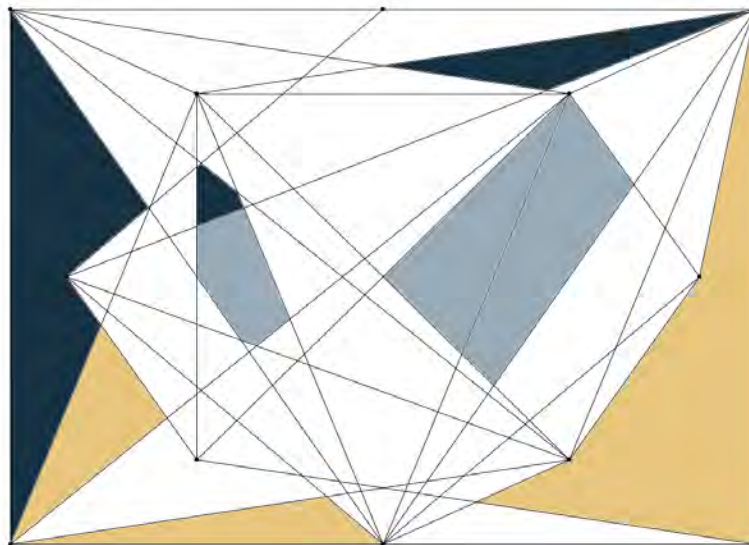


Abbildung 10. Sophie Pahlmeyer, *Don't PRESS the button!*, digitale Kunst, 2022

„*Don't PRESS the button* ist ein interaktives Kunstwerk, welches mit dem Verlangen der Menschheit spielt, etwas Verbotenes zu tun, um sie dazu zu bringen, den Knopf zu drücken. [...] Hinter *Don't PRESS the button* liegt ein Algorithmus, welcher damit beginnt, auf einem Fenster von 1200×900 Pixeln einen vollständigen Graphen K_{12} aus zwölf festen Ecken zu konstruieren. Danach werden alle innenliegenden Kanten mit einer Wahrscheinlichkeit von je 40% gelöscht, wodurch ein Mosaikmuster aus [...] Polygonen entsteht. Anschließend sucht sich der Algorithmus neun zufällige Pixel innerhalb der Außenkanten und färbt je drei Pixel in einer der drei festgelegten Farben goldgelb, hellblau oder dunkelblau ein. [...] Drückt man den Knopf, wiederholt sich der Algorithmus und es entsteht ein neues Kunstwerk, welches dem vorherigen sowohl in der Struktur, als auch in den Farben ähnelt, doch trotzdem eine ganz eigene Ästhetik besitzt. [...] [D]adurch entsteht auf jedem einzelnen Kunstwerk eine perfekte Balance aus Chaos, Ordnung und Harmonie.“

seinem pädagogischen Skizzenbuch erläutert, mitgegeben worden. Eine detailliertere Betrachtung findet sich in [13]. Dementsprechend entstanden in Roßleben einige Arbeiten, die sich ein Stück von der Pfeilthematik wegbewegt hatten, siehe zum Beispiel das Werk in Abbildung 4. Wie die Teilnehmenden in ihren „Artist statements“ erläuterten, nahmen sie in ihren Werken eher direkt Bezug auf Paul Klee. Die folgende Auswahl zeigt einige Werke, die sich mit der Thematik *Pfeile* beschäftigen, wie auch einige Werke, die sich im weiteren Sinne mit Paul Klees Verständnis von Bildsprache auseinandersetzen.

4.2 Werkauswahl Clemenswerth 2022

Im Gegensatz zur Akademie in Roßleben arbeiteten alle Teilnehmenden hier an Einzelprojekten, die vorwiegend analog umgesetzt wurden. Anders als auf der ersten Akademie wurde hier kein ausgewählter Künstler in den Fokus der Teilnehmenden gerückt, sondern es wurden ihnen einige Werke aus dem entsprechenden Kontext vorgestellt. Folglich entschieden sich einige der Teilnehmenden, sich eng an die vorgestellten Interpretations- und Umsetzungsmöglichkeiten zu halten. So greifen die Werke aus Abbildungen 6 und 7 direkt das Konzept des *Baums des Pythagoras* auf, während sich die Arbeit aus Abbildung 8 mit der Visualisierung von Distanzmatrizen beschäftigt, die die Teilnehmenden durch Lektüre eines entsprechenden Artikels kennenlernen [1].

Der Artikel zeigt eine Auswahl an Werken, die während der DSA 2022 entstanden sind.

5 Zusammenfassung

Wir hoffen, mit diesen Erläuterungen zum Kurskonzept und den Einblicken in die Ergebnisse aufzuzeigen, welche Möglichkeiten ein Kurs zu Mathematik und Kunst bietet. Durch den umfangreichen zeitlichen Rahmen wie auch die Unterstützung mit Materialien und Arbeitsräumen durch die DSA ist das vorgestellte Kurskonzept sicherlich nicht 1 : 1 in der Schule, an der Universität oder als Veranstaltung zur Wissenschaftskommunikation umsetzbar. Gewiss lassen sich jedoch Teile des Konzeptes nutzen oder anpassen. Beispielsweise könnte eine zeitlich gegebenenfalls stark reduzierte Form des Konzeptes im Rahmen einer Mathematik-AG oder in Form eines Projekttages, beziehungsweise einer Projektwoche, umgesetzt werden. Wir haben insbesondere durch das Angebot der Beschäftigung mit selbstgewählten und selbstgestalteten Projekte eine deutliche erhöhte Bereitschaft der Teilnehmenden beobachtet, sich mit den Inhalten auseinanderzusetzen. Dieser Artikel trägt hoffentlich dazu bei, dass mehr jungen Menschen die Möglichkeit gegeben wird, Mathematik auf eine kreative und individuelle Art zu entdecken.

Anmerkungen

1. This means that $\frac{d}{dt}w$ is a white noise, i.e., arguably the most canonical random perturbation conceivable.
1. Eine Sammlung in Deutschland findet sich in Göttingen, siehe sammlungen.uni-goettingen.de/sammlung/slg_1017/, eine Sammlung in Japan an der Universität Tokio, siehe www.ms.u-tokyo.ac.jp/models_e/index_e.html.
2. Die Vorträge von 2020 sind bei YouTube verfügbar: tinyurl.com/2k7dwgyd, ebenso die Vorträge von 2021: tinyurl.com/2ns3lcmp.
3. Für weitere Informationen siehe www.schuelerakademien.de/deutsche-schuelerakademie.
4. Für weitere Informationen zur Bridges Konferenz, eine Liste der publizierten Arbeiten und eine Übersicht über die angeschlossenen Kunstgalerien, siehe www.bridgesmathart.org.
5. Siehe die Homepage des Journals www.tandfonline.com/journals/tmaa20.
6. Mehr Informationen zu CindyJS hier: cindyjs.org.
7. Mehr Informationen zu Processing hier: processing.org.
8. Die Projekte aus dem Jahr 2019 sind hier verfügbar: ms-math-computer.science/projects/dsa_19.html, die Ergebnisse aus dem Jahr 2022 finden sich hier: ms-math-computer.science/projects/dsa_22.html.

Literatur

- [1] JM Campbell. On the visualization of large-order graph distance matrices. *Journal of Mathematics and the Arts*, 14(4):297–330, 2020.
- [2] Milena Damrau and Martin Skrodzki. Mathematik und Kunst auf der DMV-Jahrestagung 2020. *Mitteilungen der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, 29(1):22–24, 2021.
- [3] Milena Damrau, Martin Skrodzki, Nicholas Bruscia, Aaron Fenyes, Teresa Hunyadi, and David Murray-Rust. Wooden Mathematics – Making abstraction tangible. *w/k – Between Science &*

- Art*, 2022. Article available online: <https://between-science-and-art.com/wooden-mathematics-making-abstraction-tangible/>.
- [4] Milena Damrau, Martin Skrodzki, Anna M. Hartkopf, René M. Broeders, Katharina Hahn, David Honda, Joshua Holden, and Loe Feijs. Combining Mathematics and Arts. *w/k – Between Science & Art*, 2021. Article available online: <https://between-science-and-art.com/mathematics-and-arts/>.
- [5] Diana Davis. *Illustrating mathematics*, volume 135. American Mathematical Society, 2020.
- [6] Christiane Grosch. *Langfristige Wirkungen der Begabtenförderung*, volume 8. LIT Verlag Münster, 2011.
- [7] Paul Klee. *Pädagogisches Skizzenbuch*. Albert Langen Verlag, 1925.
- [8] Tabea Kretschmann. Exkurs: Begabungsförderung bei Schülern und das Beispiel Deutsche SchülerAkademie. In *Talentmanagement mit System*, pages 57–71. Springer, 2012.
- [9] Heinz Neber and Kurt A. Heller. Evaluation of a summer-school program for highly gifted secondary-school students: The german pupils academy. *European Journal of Psychological Assessment*, 18(3):214, 2002.
- [10] Helmut Neunzert and Bernd Rosenberger. *Oh Gott, Mathematik!?* Springer-Verlag, 2013.
- [11] Stephen Ornes. Math art: truth, beauty, and equations, 2019.
- [12] Martin Skrodzki and Milena Damrau. Benefits of online meetings for the MathArt community: experiences from two events. *Journal of Mathematics and the Arts*, 16(3):1–8, 2022.
- [13] Martin Skrodzki and Henriette-Sophie Lipschütz. Vector fields and paul klee – a summer school course for gifted high-school students. In Carolyn Yackel, Robert Bosch, Eve Torrence, and Kristóf Fenyvesi, editors, *Proceedings of Bridges 2020: Mathematics, Art, Music, Architecture, Education, Culture*, pages 305–312, Phoenix, Arizona, 2020. Tessellations Publishing.
- [14] Harald Wagner. Why Are Academic Summer Programmes For Gifted Youngsters So Successful? In P Csermely et al., editors, *Science Education: Models and Networking of Student Research Training Under 21*. IOS Press, 2007.

Henriette-Sophie Lipschütz
Fachbereich Mathematik und Informatik,
Freie Universität Berlin,
Arnimalle 6, 14195 Berlin
henriette.lipschuetz@fu-berlin.de

Dr. Martin Skrodzki
Computer Graphics and Visualization,
Dept. of InSy/EEMCS,
TU Delft, P.O. Box 5031,
2600 GA Delft, The Netherlands
mail@ms-math-computer.science

Henriette Lipschütz studierte an der TU Berlin Mathematik und Physik. Derzeit forscht sie an der FU Berlin im Bereich diskrete Differentialgeometrie und mathematischer Physik. Neben ihrer Tätigkeit an der Universität widmet sie sich insbesondere der universitären Lehre bzw. der Vermittlung von Mathematik über den schulischen Rahmen hinaus wie in Projekten mit der DSA.

Martin Skrodzki studierte an der TU Dortmund, der Texas A&M Int. University und der Freien Universität Berlin. Er wurde 2019 an der Freien Universität Berlin promoviert und absolvierte Postdoc Aufenthalte an der Brown University, dem RIKEN Forschungsinstitut und der TU Delft. Seine Forschungsinteressen sind Visualisierung hochdimensionaler Daten, Geometrieverarbeitung sowie Mathematik und Kunst.